



Matemàtiques

Sèrie 2

SOLUCIONS,

CRITERIS DE PUNTUACIÓ

I CORRECCIÓ

INSTRUCCIONS

- Trieu i resoleu CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins exercicis heu triat. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

Material necessari

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu material. En cap cas no es permet la cessió de calculadores ni d'altres materials entre els aspirants.

1. Feu les operacions següents aplicant les propietats de les potències i deixeu el resultat en forma d'una sola potència.

[2 punts en total: 0,5 punts per apartat]

a) $5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^{-4} = 5^{3+2+(-4)} = 5^1 = 5$

b) $\frac{7^5 \cdot 7^3}{7^{-2}} = 7^{5+3-(-2)} = 7^{10}$

c) $\frac{2 \cdot 2^5}{8} = \frac{2 \cdot 2^5}{2^3} = 2^{1+5-3} = 2^3$

d) $(3^2)^4 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^8 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^{8+3+1} = 3^{12}$

2. Resoleu les qüestions següents:

a) De les successions següents, digueu quines són progressions aritmètiques i d'aquestes trobeu-ne el terme general.

[1,5 punts]

<i>Successió</i>	<i>Resposta</i>
1, 3, 9, 27, ...	No és progressió aritmètica.
5, 8, 11, 14, ...	Sí que és progressió aritmètica. $a_n = 5 + 3(n - 1) = 3n + 2$
-7, -3, 1, 5, ...	Sí que és progressió aritmètica. $a_n = -7 + 4(n - 1) = 4n - 11$
2, -3, 4, -5, ...	No és progressió aritmètica.

Adjudiqueu 0,25 punts per indicar si és o no progressió aritmètica (total 1 punt) i 0,25 pel terme general.

b) D'una progressió aritmètica en coneixem el terme $a_4 = 12$ i el terme $a_9 = 37$. Trobeu la diferència (d) de la progressió i el terme a_1 .

[0,5 punts]

$$d = \frac{37 - 12}{9 - 4} = 5 \quad a_1 = a_4 - 3 \cdot 5 = 12 - 15 = -3$$

3. Considereu els polinomis:

$$A(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$B(x) = 2x - 3$$

$$C(x) = 5x^3 - 9x^2 + 33x + 7$$

a) Feu l'operació $A(x) \cdot B(x) - C(x)$

[1 punt]

$$\begin{aligned} & (x^3 - 3x^2 + 1)(2x - 3) - (5x^3 - 9x^2 + 33x + 7) = \\ & = 2x^4 - 3x^3 - 6x^3 + 9x^2 + 2x - 3 - 5x^3 + 9x^2 - 33x - 7 = \\ & = 2x^4 - 14x^3 + 18x^2 - 31x - 10 \end{aligned}$$

b) Quin és el polinomi que multiplicat per $x^2 - 2x + 7$ dona el polinomi $C(x)$?

[1 punt]

$$\begin{array}{r|l} 5x^3 - 9x^2 + 33x + 7 & x^2 - 2x + 7 \\ \hline -5x^3 + 10x^2 - 35x & 5x + 1 \\ \hline x^2 - 2x + 7 & \\ \hline -x^2 + 2x - 7 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

És el $5x + 1$

4. Donats els vectors $\vec{u} = (-3, 2)$, $\vec{v} = (1, 4)$ i $\vec{w} = (-1, 10)$, trobeu:

a) El vector $\vec{x} = u + 3v - 2w$.

[0,5 punts]

$$\vec{x} = (-3, 2) + 3(1, 4) - 2(-1, 10) = (-3 + 3 + 2, 2 + 12 - 20) = (2, -6)$$

b) Els mòduls dels vectors \vec{u} i \vec{v} .

[0,75 punts]

$$|\vec{u}| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \quad |\vec{v}| = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

c) L'angle que formen el vector \vec{u} i el vector \vec{v} .

[0,75 punts]

$$\cos \alpha = \frac{-3 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{\sqrt{13}\sqrt{17}} = \frac{5}{\sqrt{221}} \quad \alpha = 70,35^\circ$$

5. En un caixer automàtic han posat un total de 190 bitllets, entre bitllets de 10, 20 i 50 euros. Sabem que el nombre de bitllets de 20 euros és igual al nombre de bitllets de 10 i 50 euros junts, i que la quantitat total d'euros és de 4.250. Quants bitllets de cada tipus han posat en el caixer?

$$\begin{cases} x + y + z = 190 \\ y = x + z \\ 10x + 20y + 50z = 4.250 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 190 \\ -x + y - z = 0 \\ x + 2y + 5z = 425 \end{cases} \quad x = 60 \quad y = 95 \quad z = 35$$

Adjudiqueu 1 punt pel plantejament i 1 punt per la resolució.

6. Donada la paràbola de funció $y = x^2 - 6x + 8$ i la recta de funció $y = -2x + 5$

a) Representeu-les gràficament en els mateixos eixos de coordenades. Per representar la paràbola, s'han de trobar el vèrtex i els punts de tall amb els eixos.

[1,25 punts]

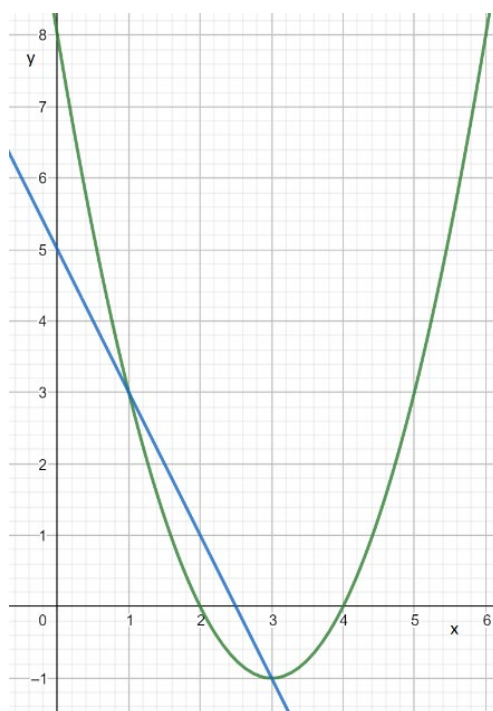
Representació de la paràbola:

$$x_v = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3 \quad y_v = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = -1$$

Punts de tall eix X $x^2 - 6x + 8 = 0 \quad x_1 = 4 \quad x_2 = 2$

Punt de tall eix Y $y = f(0) = 8$

Representació de la recta: buscar un mínim de dos punts de la recta.



Adjudiqueu 0,75 punts per la representació de la paràbola i 0,5 punts per la representació de la recta.

b) Quin és el pendent de la recta? En quin punt la recta tangent a la paràbola serà paral·lela a la recta donada?

(Del punt s'ha de trobar la coordenada x i la coordenada y).

[0,75 punts]

Pendent de la recta $m = -2$

Punt de la paràbola en què la recta tangent serà paral·lela a la recta donada:

$$f'(x) = 2x - 6 \quad 2x - 6 = -2 \quad 2x = 4 \quad x = 2 \quad y = 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 0$$

Adjudiqueu 0,25 punts pel pendent de la recta i 0,5 punts pel punt de la paràbola.

7. En la taula següent es mostren les capacitats totals dels pantans de la conca del riu Ter i els volums (mitjans) d'aigua assolits en hm^3 entre els anys 2015 i 2019.

<i>Embassaments</i>	<i>Capacitat total (hm^3)</i>	<i>2015</i>	<i>2016</i>	<i>2017</i>	<i>2018</i>	<i>2019</i>
<i>Sau (Ter)</i>	165	100	78	90	126	87
<i>Susqueda (Ter)</i>	233	183	131	135	184	124

a) Calculeu la mitjana aritmètica del volum d'aigua de cada pantà en aquests cinc anys, i el percentatge que correspon a aquesta mitjana respecte a la capacitat total.

[1 punt]

$$\bar{x}_{\text{Sau}} = \frac{100 + 78 + 90 + 126 + 87}{5} = \frac{481}{5} = 96,2 \text{ hm}^3 \quad \frac{96,2}{165} \cdot 100 = 58,3 \%$$

$$\bar{x}_{\text{Susqueda}} = \frac{183 + 131 + 135 + 184 + 124}{5} = \frac{757}{5} = 151,4 \text{ hm}^3 \quad \frac{151,4}{233} \cdot 100 = 65 \%$$

b) Feu un diagrama de barres del volum d'aigua al llarg d'aquests cinc anys conjunt per als dos pantans.

[1 punt]

